ДИС Кирчев 07.01.13

Формули на Де Морган

Ако $(A \cup B)$ и $\otimes$ е множество
така че $X \setminus A$ и $A^c \cup A = X$

като $\otimes$ $A \cap B$ т. е.

$$\begin{cases} (A \cup B)^c = A^c \cap B^c \\ (A \cap B)^c = A^c \cup B^c \end{cases} \quad \text{при} \quad (A^c)^c = A$$

$x \in (A \cup B)^c \not\Rightarrow x \in A$ или $x \in B$

$$\left.\begin{array}{l} \text{щом } x \notin A \text{ то } x \in A^c \\ \text{и щом } x \notin B \text{ то } x \in B^c \end{array}\right\} \Rightarrow x \in A^c \cap B^c$$

$$(A \cup B)^c \subseteq A^c \cap B^c$$

$$\left(\bigcup_\alpha A_\alpha\right)^c = \bigcap_\alpha A_\alpha^c ; \quad \left(\bigcap_\alpha A_\alpha\right)^c = \bigcup_\alpha A_\alpha^c$$

$f(x)$, $[x_1, x_2] \subset (a, b)$ $\quad x \in [x_1, x_2]$

$x = p_1 x_1 + p_2 x_2 \qquad p_1 \geq 0, \; p_2 \geq 0$

$f(x) \leq p f(x_1) + p_2 f(x_2) \Rightarrow$

$$p_1 = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}, \quad p_2 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$(p_1 + p_2) f(x) \leq \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(x_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(x_2)$$

Разлагаме p_1 и p_2 $\Rightarrow$

$$\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(x) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(x) \leq \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(x_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(x_2)$$

$$(x_2 - x)(f(x) - f(x_1)) \leq (x - x_1)(f(x_2) - f(x)) \Rightarrow$$

$+$

$$\frac{f(x) - f(x_1)}{x - x_1} \leq \frac{f(x_2) - f(x)}{x_2 - x}$$

изтеклалост ↓

$$f'(x_1) \leq f'(x_2)$$

Ако функцията е изтеклала то тя е монотонно разстяща

За да бъде функцията изтеклала е необходимо и достатъчно условие производната да е монотонно разстяща

Ако функцията има втора производна $f''(x) > 0$ то тя е изтеклала

Разглеждаме x_0

$(x_0 - \delta, x_0)$ $(x_0, x_0 + \delta)$

Пример

$$f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$$

	$-\infty$	-5	-1	0	1	$+\infty$
$f(x)$	↗	max ↘	↘	-1		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	5	$+$	
$f''(x)$						

$$f'(x) = \frac{3(x-1)^2(x+1)^2 - 2(x-1)^3(x+1)}{(x+1)^4}$$

$$\frac{(x-1)^2(x+1)\left(3(x+1) - 2(x-1)\right)}{(x+1)^4}$$

$$\frac{(x-1)^2(3x+3-2x+2)}{(x+1)^3} = \frac{(x-1)^2(x+5)}{(x+1)^3}$$

$$f'(0) = \frac{(0-1)^2(0+5)}{(0+1)^3} = 5$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^3\left(1 - 1/x^3\right)}{x^2\left(1 + 1/x^2\right)}$$

$$= -\infty \cdot 1 = -\infty$$